

Série 6

Exercice 6.1

Considérer le système illustré ci-dessous à la Figure 6.1.1 formé d'un chariot de masse M roulant sans frottement sur le sol et relié à un point fixe par un ressort de rigidité k . Un pendule de longueur l et de masse m est attaché au centre de gravité du chariot O . On choisira comme variables le déplacement x du chariot par rapport à la position d'équilibre du ressort et la rotation θ du pendule par rapport à la verticale, et on fera l'hypothèse des petits angles θ .

Chercher les équations du mouvement et l'équation caractéristique du système.

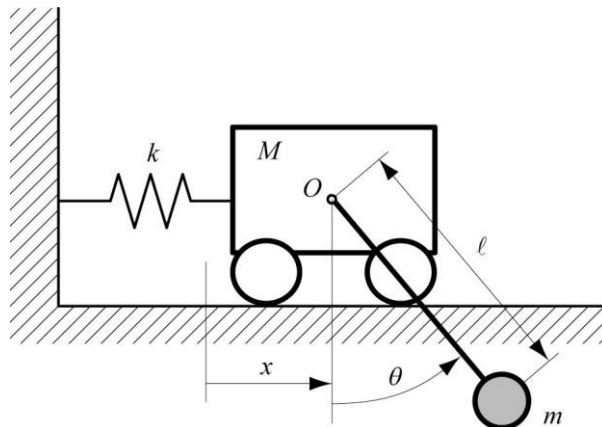


Figure 6.1.1 | Schéma du montage

Exercice 6.2

Considérer le système illustré ci-dessous à la Figure 6.2.1 constitué de deux pendules de masses respectives m_1 et m_2 et de longueurs respectives a et $2a$, reliés entre eux par un ressort de rigidité k . Prendre les rotations θ_1 et θ_2 comme variables du problème. On fera l'hypothèse que les tiges supportant les masses sont indéformables et sans masse.

Déterminer les équations du mouvement et l'équation caractéristique du système.

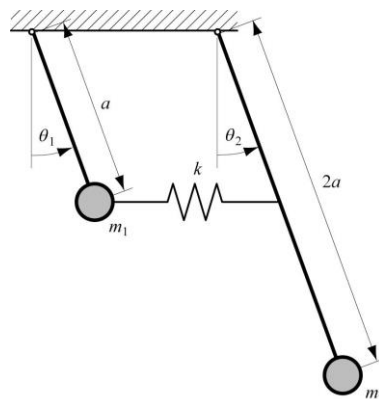


Figure 6.2.1 | Schéma du système

Exercice 6.3

La caisse d'une automobile considérée comme rigide possède six degrés de liberté. Parmi ceux-ci, on reconnaît deux translations longitudinale et transversale et une rotation autour d'un axe vertical, qui sont – en principe – des mouvements contrôlés par le conducteur et qui n'intéressent pas la suspension. Il reste à considérer la translation verticale de la caisse ou mouvement de "pompage", une oscillation angulaire faisant monter et descendre inversement l'avant et l'arrière, constituant le "tangage", et enfin une dernière oscillation angulaire ou "roulis" qui fait tourner la voiture autour de son axe longitudinal. Ces trois derniers mouvements mettent en jeu la suspension, mais seuls le pompage et le tangage sont étudiés ici.

- a) Calculer les fréquences propres et de couplage à zéro du pompage et du tangage du modèle ci-dessous Figure 6.3.1 dans le cas général.
- b) Pour le confort des passagers, il est préférable de découpler ce système et de s'arranger pour que les fréquences de couplage à zéro soient égales. Déterminer les rigidités k_1 et k_2 des suspensions, ainsi que les bras de levier l_1 et l_2 , en fonction de l'inertie I et de la masse m de la caisse de manière à satisfaire les conditions précitées. Que deviennent dans ce cas les fréquences propres du système?

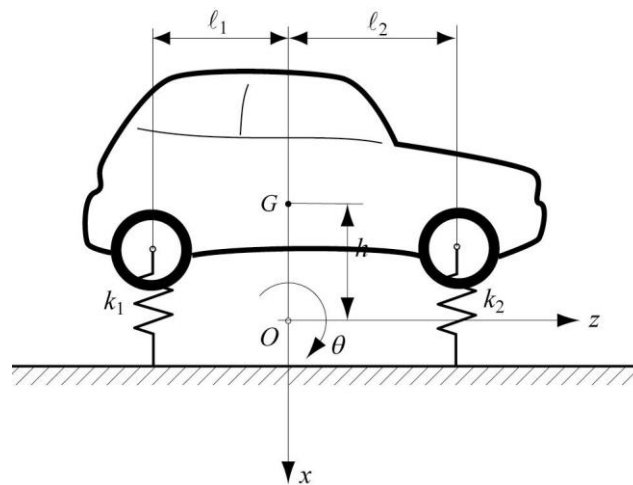


Figure 6.3.1 | Schéma du système